

Auteur : Jérôme Baray

Le modèle Multiloc

Supposons que l'on veuille placer r points de vente parmi un éventail de n emplacements possibles. Le modèle Multiloc¹ est en fait une extension du modèle MCI qui, d'une manière générale, considère q attributs d'attractivité de ces magasins A_{ijk} , attributs susceptibles de prendre v_k valeurs: par exemple, on a pour $k=1$ un attribut A_{ij1} qui peut être la distance ($v_1=1$); pour $k=2$, A_{ij2} peut signifier la taille du magasin qui peut être petite, moyenne ou grande ($v_2=3$ et valeurs discrètes),...

Si l'on considère le nombre de combinaisons des attributs d'attractivité, le nombre de "designs" ou de configurations possibles que peuvent prendre les magasins est : $L = v_1 v_2 \dots v_q$

La fonction objectif qui doit maximiser le profit est la suivante:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_j E_i P_{ij} - \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^L F_{jl} X_{jl}$$

avec

Z : le profit

E_i : Le chiffre d'affaires total par groupe i sur le marché

F_{jl} : les coûts fixes d'un magasin du plan l au site j

C_j : un coefficient multiplicateur

$X_{jl} = 1$ si un magasin avec le design l est implanté sur le nœud j et égale à 0 sinon

j : la localisation considérée qui varie de 1 à n

l : le design considéré qui varie de 1 à L

on a aussi les conditions suivantes sur le nombre r de points de vente à localiser :

¹ ACHABAL D.D., GORR W.L. et MAHAJAN V. (1982) Multiloc: A Multiple Store Location Decision Model, *Journal of Retailing*, 5-24.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^L X_{jl} = r$$

et
$$\sum_{l=1}^L X_{jl} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

La probabilité qu'un consommateur au point i fréquente un magasin particulier au point j est alors:

$$P_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^L \left(\prod_{k=1}^q A_{ijk_l}^{\beta_{k_l}} X_{jl} \right)}{\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^L \left(\prod_{k=1}^q A_{ijk_l}^{\beta_{k_l}} X_{jl} \right) + \sum_{j=n+l}^{n+s} \left(\prod_{k=1}^q A_{ijk_l}^{\beta_{k_l}} \right)}$$

Comme pour le modèle p-médian ou pour le modèle MCI, il n'est pas possible de résoudre le modèle Multiloc par la complète énumération des combinaisons d'emplacements possibles.

En effet, si l'on doit placer r points de vente au niveau de n emplacements possibles avec L configurations de magasin possibles, le nombre de solutions à examiner est:

$$W = L^r \left[\frac{n!}{r!(n-r)!} \right]$$

De la même manière que pour les modèles p-médian ou MCI précités ou n'importe quel problème d'analyse combinatoire de ce type, l'une des méthodes les plus réputées pour résoudre le modèle Multiloc est sans conteste encore l'algorithme de substitution de Teitz et Bart² mis en pratique dans la localisation d'agences bancaires³.

Une alternative consiste à employer l'échantillonnage aléatoire développé par McRoberts⁴. Le nombre de solutions h tirées d'une manière aléatoire à examiner pour qu'il y ait une probabilité y qu'au moins l'une des p meilleures configurations possibles soit dans cet échantillon est de:

² TEITZ M.B. et BART P. (1968) Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph, *Operations Research* 16, 955-961.

³ CORNUEJOLS G., MARSHALL L.F. et NEMHAUSER G.L. (1977) Location of Bank Accounts to Optimize Float: An Analytic Study of Exact and Approximate Algorithms, *Management Science*, 23 (1pril), 789-810.

⁴ Mc ROBERTS K.L. (1971) A Search Model for Evaluating Combinatorially Explosive Problems, *Operations Research*, 19, 1331-1349.

$$h = W \left[1 - (1 - y)^{\frac{1}{pW}} \right]$$

Ainsi, si l'on veut avoir 99 % de chance de trouver 1 % des meilleures configurations d'emplacements et de designs possibles dans un échantillon aléatoire, il faudra un ensemble de 460 combinaisons tirées au hasard. Si l'on a 7 magasins ($r = 7$) de 3 designs possibles ($L = 3$) à localiser sur 35 localisations potentielles ($n = 35$), il y a 14,7 milliards d'alternatives. La méthode de l'échantillonnage aléatoire revient donc si l'on se satisfait de la probabilité d'avoir 99 % de chance de tomber sur les 1 % des configurations les plus optimales, à tirer 460 combinaisons parmi les 105 configurations possibles d'emplacement et de design (7 emplacements x 3 designs possibles), puis à sélectionner le meilleur emplacement et le meilleur design possibles en calculant la fonction objectif qui doit être la plus importante possible⁵.

⁵ ACHABAL D.D., GORR W.L. et MAHAJAN V. (1982) Multiloc: A Multiple Store Location Decision Model, *Journal of Retailing*, 5-24.